Université de Bourgogne U.F.R des Sciences et Techniques [1]

**Documents pour le module Projets, L3 Mathématiques**
**années 2016-2017**
**Hervé Le Ferrand**

1. Licence Sciences L3

Université de Bourgogne    U.F.R des Sciences et Techniques[1]

**Exercices Latex**

Ecrire le code Latex pour les exemples ci-dessous.

**exercice 1 Erreur d'interpolation**
On suppose que $f \in C^1[a,b]$ et est deux fois dérivable sur $]a,b[$. On veut établir le résultat suivant : pour tout $x \in [a,b]$, il existe $\zeta \in ]a,b[$ tel que

$$f(x) - \left(\frac{b-x}{b-a}f(a) + \frac{x-a}{b-a}f(b)\right) = \frac{(x-a)(x-b)}{2}f''(\zeta).$$

1. Dans l'égalité ci-dessus, que représente le terme de gauche ?
2. Soit $p(t) = \dfrac{b-t}{b-a}f(a) + \dfrac{t-a}{b-a}f(b)$. Soit $a < x < b$ fixé, on pose

$$K(x) = \frac{f(x) - p(x)}{(x-a)(x-b)}.$$

En appliquant le théorème de Rolle plusieurs fois et en partant de la fonction

$$W(t) = f(t) - p(t) - (t-a)(t-b)K(x),$$

démontrer le résultat voulu.

3. Appliquer ce qui précède à $f(x) = \cos(\frac{\pi x}{2})$ entre 0 et 1.

**exercice 2 Van der Monde**
Montrer l'égalité de Van der Monde $3 \times 3$ :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \end{vmatrix} = (a_2 - a_1)(a_3 - a_1)(a_3 - a_2),$$

puis calculer le déterminant :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 - bc \\ 1 & b & b^2 - ca \\ 1 & c & c^2 - ab \end{vmatrix}.$$

**exercice 3**
Soit $\alpha > 0$, $\phi$ et $\beta$ des fonctions continues positives sur $[0,T]$ tels que :

$$\forall t \in [0,T]\,,\ \phi(t) \leq \alpha + \int_0^t \beta(s)\phi(s)ds.$$

Montrer que :

$$\forall t \in [0,T]\,,\ \phi(t) \leq \alpha \exp(\int_0^t \beta(s)ds).$$

[1] L3 Projets U-Bourgogne 2015-2016

# Au sujet de Maple

L3 Projets [*]

20 février 2016

## Table des matières



[*] Université de Bourgogne, L3 Mathématiques

# 1 Pourquoi Maple ?

Il n'est pas ici question de faire une introduction à Maple, ni passer en revue toutes les fonctionnalités de ce logiciel. Nous renvoyons le lecteur à la bibliographie qui se trouve à la fin de cette note. Le lecteur s'astreint à emprunter quelques ouvrages à la BU et à choisir ensuite les livres avec lesquels, il se sent le plus à l'aise. Pour faire un bon usage de Maple, une voie est de traiter des problèmes mathématiques qui se trouvent dans vos cours.

Maple est un logiciel de calcul formel, développé à Waterloo (pas en Belgique !). Ainsi :

```
> 1/2+1/3;# calcul formel
```

$$5/6$$

```
> 1./2+1./3; # calcul numérique
```

$$0.8333333333$$

Nous utiliserons Maple dans au moins deux directions :

1. pour nous simplifier le travail au niveau des calculs dans la résolution de problèmes
2. nous permettre d'avoir une idée du résultat que l'on pourrait trouver ou établir (démarche de recherche)

Soyons prudents cependant ! Maple a souvent besoin de notre aide ! On ne peut ignorer les difficultés du problème mathématique (ou autre) sur lequel on travaille. Maple vous apportera rarement la solution à votre problème en une simple exécution.

```
> ((1-sqrt(5))/2)**40;# un simple calcul
```

$$\left(1/2 - 1/2\sqrt{5}\right)^{40}$$

```
> expand(%); # notez l'utilité  du symbole %
```

$$\frac{228826127}{2} - \frac{102334155}{2}\sqrt{5}$$

```
> evalf(%); # donne une valeur numérique !!!
```

$$0.0$$

```
> evalf(%%%);  # donne un résultat sensé
```

$$0.000000004370130127$$

```
>
```

En fait on pourrait modifier dès le départ le nombre de chiffres significatifs, la valeur par défaut étant 10.

```
> Digits:=20; # la valeur par défaut est 10
```

$$20$$

```
> ((1-sqrt(5))/2)**40;
```

$$\left(1/2 - 1/2\sqrt{5}\right)^{40}$$

```
> expand(%);
```

$$\frac{228826127}{2} - \frac{102334155}{2}\sqrt{5}$$

```
> evalf(%);
```

$$0.00000000437$$

```
>
```

Si on veut faire un peu de mathématiques, Maple est un formidable outil pour manipuler les expressions :

```
> restart;Digits;tt:=((1-sqrt(5))/2)**40; # On travaille avec 10 chiffres significatifs
et on affecte la variable tt
```

$$10$$

$$\left(1/2-1/2\sqrt{5}\right)^{40}$$

```
> tt:=expand(%);
```

$$\frac{228826127}{2}-\frac{102334155}{2}\sqrt{5}$$

```
> ttc:=op(1,tt)-op(2,tt); # on construit la quantité conjuguée
```

$$\frac{228826127}{2}+\frac{102334155}{2}\sqrt{5}$$

```
> tt*ttc;
```

$$\left(\frac{228826127}{2}-\frac{102334155}{2}\sqrt{5}\right)\left(\frac{228826127}{2}+\frac{102334155}{2}\sqrt{5}\right)$$

```
> expand(%);
```

$$1$$

```
> evalf(tt);evalf(1/ttc); # donc ?
```

$$0.0$$

$$0.000000004370130339$$

```
> ?op
>
```

Donnons un autre exemple de résultat surprenant :

```
> restart;
> S:=solve(x**3+1,x); # résolution de l'équation
```

$$-1,\ 1/2+1/2\,i\sqrt{3},\ 1/2-1/2\,i\sqrt{3}$$

```
> whattype(%);# type séquence
```

$$\mathit{exprseq}$$

```
> map(u->u**3,[S]); # map agit sur les listes
```

$$\left[-1,\left(1/2+1/2\,i\sqrt{3}\right)^3,\left(1/2-1/2\,i\sqrt{3}\right)^3\right]$$

```
> evalc(%); # évaluation complexe
```

$$[-1,-1,-1]$$

```
> b:=S[2]; # deuxième élément de la liste
```

$$1/2+1/2\,i\sqrt{3}$$

```
> expand((x-b)*(x+b**2));
```

$$x^2-x+1$$

```
> restart;
> b:=solve(x**3-a,x)[2]:a:=-1:
> simplify(expand((x-b)*(x+b**2)));# que s'est-il passé ?
```

$$x^2+2\,x+1$$

```
>
```

Il sera utile d'écrire des fonctions ou des procédures. On veut par exemple calculer $\sum_{i=1}^{n} i^p$ pour différentes valeurs des entiers $n$ et $p$ :

```
> somme:=proc(p,n) #calcul désiré
> local s,k :# des variables qui n'interviennent qu'à l'intérieur de la procédure
> s:=0:# on initialise la somme à 0
> for k from 1 to n do s:=s+k**p od: # une boucle
> s;# inutile
> end;
```

$$\mathbf{proc}(pn)\mathbf{local}\, s, k; \quad s := 0; \quad \mathbf{for}\, k\, \mathbf{to}\, n\, \mathbf{do} \quad s := s + k\hat{\ } p \quad \mathbf{end\ do};; \quad s\mathbf{end\ proc};$$

```
> somme(2,10);# un essai
```

$$385$$

```
> Sum(i**2,i=1..10)=sum(i**2,i=1..10); # avec les commandes prédéfinies
```

$$\sum_{i=1}^{10} i^2 = 385$$

```
>
```

En fait, c'est la réflexion en amont, par exemple sur la nature du problème mathématique et des méthodes envisagées pour le résoudre, qui conduira à une ébauche d'algorithme, qui, normalement moyennant la connaissance de la syntaxe du langage, devrait s'écrire simplement. Comment aborder par exemple le problème suivant : déterminer l'indice de la plus grande valeur d'une suite finie (indice le plus petit en cas de plus grande valeur atteinte plusieurs fois). Une idée possible est de passer en revue les $n$ termes de la suite : on commence à comparer $u_2$ et $u_1$. Si par exemple, $u_2 > u_1$, on compare alors $u_3$ avec $u_2$. On pourrait écrire :

$$\left[\begin{array}{l} m := u_1,\ j := 1 \\ \text{pour } i \text{ de } 2 \text{ à } n \text{ faire} \\ \text{si } u_i > m \text{ alors } m := u_i \text{ et } j := i \\ \text{écrire le dernier } j \end{array}\right.$$

# 2 Exemples

## 2.1 Un problème de lieu géométrique

Trouver les $z \in \mathbb{C}$ tels que $\dfrac{z^2}{2z+3i}$ soit imaginaire pur. On pourra mettre $z$ et $\dfrac{z^2}{2z+3i}$ sous forme algébrique, puis utiliser la commande **implicitplot**.

## 2.2 Visualisation de la convergence uniforme

Etudier la convergence uniforme de la suite de fonction $f_n(x) = n^\alpha x \exp(-nx)$ sur $[0, +\infty]$, $\alpha$ étant un paramètre réel positif.

## 2.3 Développement asymptotique d'une suite

On considère la suite $(x_n)$ définie par $(x_n)^n \exp(x_n) = 1$ $(x_n > 0)$. L'objectif est de trouver un développement asymptotique de $x_n$.

Que dit Maple quand on utilise la commande **solve** pour $n = 10$ ? Que signifie le symbole donné par Maple ? Trouver par différentes méthodes un développement asymptotique de $x_n$.

### 2.4 Une suite récurrente troublante ...

Certaines réccurrences peuvent être résolues par la commande **rsolve**. Utiliser cette commande sur les exemples suivants :

$$u_{n+1} = u_n + 4,$$

$$v_{n+2} = v_{n+1} + 2v_n,\ v_0 = 4,\ v_1 = -2.$$

On s'intéresse à la suite récurrente

$$s_{k+1} = \frac{9}{4}s_k - \frac{1}{2}s_{k-1},\ s_1 = \frac{1}{3},\ s_2 = \frac{1}{12}.$$

Examiner la d'un point de vue numérique en traçant la courbe de la fonction qui à $k$ associe lg[2]($|s_k|$). Que s'est-il passé ? Pourquoi une telle courbe ?

Essayons de comprendre. Tout d'abord donner l'expression de $s_k$. Que devions-nous en fait obtenir comme courbe ?

### 2.5 La suite de Fibonacci

On considère la suite de Fibonacci définie par :

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n\ \forall n \geq 0,\ u_0 = u_1 = 1.$$

Donner les valeurs des premiers termes de la suite. On pourra ensuite proposer une **procédure** Maple pour ce calcul (récursive ou no récursive). Ce sera l'occasion d'utiliser les options **remember** et **trace**.

### 2.6 Exponentiation rapide

On veut calculer $\alpha^n$, $n$ étant un entier naturel. On peut faire bien sûr $\alpha \times \cdots \times \alpha$, $\alpha$ apparaissant $n$ fois. On peut aussi procéder de la façon suivante :

$$\alpha^n = \begin{cases} \alpha^{\frac{n}{2}} \times \alpha^{\frac{n}{2}} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \alpha \times \alpha^{\frac{n-1}{2}} \times \alpha^{\frac{n-1}{2}} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}.$$

En fait l'idée sous-jacente est d'avoir décomposé l'entier $n$ en base 2.

### 2.7 Equation de la chaleur

On s'intéresse à l'équation de la chaleur suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u(0,t) = 0 = u(\pi,t)\ \forall t \geq 0,\ u(x,0) = 1\ \forall x \in ]0,\pi[\,.$$

C'est une équation avec conditions aux bords ( température maintenue à zéro) et condition initiale. On cherchera tout d'abord des solutions du type $u(x,t) = \Phi(x)T(t)$ (séparation des variables). On trouvera des "solutions" du type $A_n sin(nx)e^{-n^2t}$ qui malheureusement ne vérifient pas la condition initiale. L'idée est alors de superposer ces fonctions, i.e en faire la somme. Déterminer alors les $A_n$ et la solution ainsi obtenue.

# 3 Corrigés

**exemple 1 :** se donner des idées, conjecturer, traiter un cas particulier, ...

```
> restart:with(plots):
> e:=(x+I*y)**2/(2*(x+I*y)+3*I);
> implicitplot(Re(e),x=-2..2,y=-3..1,grid=[70,70]);# on veut Re(e)=0
```

Peut-on conjecturer quelque chose ? Les "zig-zag" sont-ils possibles en théorie ?

```
> evalc(Re(e));
> ee:=simplify(%);# % est très utile
> a:=numer(ee);b:=denom(ee);
> b-op(1,b);factor(%);# on vérifie que le dénominateur ne s'annule pas
> a=0;# l'équation
> evalb(op(3,a)=expand(x**2+(y+3/2)**2-9/4));# on vérifie la conjecture
```

**exemple 2** : essayons de visualiser la convergence uniforme :

```
> fna:=(x,a,n)->n**a*x*exp(-n*x);#suites de fontions, paramètre a
> plot({seq(fna(x,2,k),k=1..10)},x=0..4);# paramètre=2
> plot({seq(fna(x,1,k),k=1..10)},x=0..4);# paramètre=1
> plot({seq(fna(x,0.5,k),k=1..10)},x=0..4);# paramètre=0.5
```

Conclusion ? ?

**exemple 3** :

```
> solve(x*exp(x/10)=1,x);# résolution de l'équation x**10*exp(x)=1
```

Qu'est que la fonction LambertW ? (recherche avec l'aide Maple puis sur Internet)

```
> limit(n*LambertW(1/n),n=infinity);
```

Cherchons un développement asymptotique de x_n :

```
> series(x*LambertW(1/x),x=infinity);# ce qui est un peu facile et surtout n'appelle
pas à généralisation
```

On va procéder par substitution et identifiacation :

```
> restart:p:=4;u:=1+sum(a[k]/n**k,k=1..p);
> tt:=series(u-exp(-u/n),n=infinity);
> tt:=tt-op(6,tt);
> solve({op(i,tt)$i=1..4},{a[i]$i=1..4});
> subs(%,u);
```

**exemple 4** : point de vue numérique

```
>
> Digits:=18:u:=1.0/3:v:=1.0/12:# on initialise
> L:=[[1,log[2](u)],[2,log[2](v)]]: # on débute une liste de points
> for k from 3 to 50 do
> w:=2.25*v-0.5*u:u:=v:v:=w:L:=[op(L),[k,log[2](abs(w))]]od:# on calcule les termes
successifs de la suite et on complète la liste
> plot(L);
```

Cherchons le terme exact de la suite :

```
> rsolve({g(1)=1/3,g(2)=1/12,g(n+1)=9/4*g(n)-1/2*g(n-1)},g);
```

Perturbons légèrement les conditions initiales :

```
> rsolve({g(1)=1/3*(1+2**(-56)),g(2)=1/3*(1/4+2**(-55)),g(n+1)=9/4*g(n)-1/2*g(n-1)},g);
```

Ceci explique cela ... remarque :

```
> ee:=rsolve({g(1)=1/3*(1+2**(-56)),g(2)=1/3*(1/4+2**(-55)),g(n+1)=9/4*g(n)-1/2*g(n-1)},g);
> s1:=simplify(log[2](op(1,ee)));
> s2:=simplify(log[2](op(2,ee)));
> fsolve(s1=s2,n);# !!!
```

**Exemple 5** : suite de Fibonacci

Calculons les premiers termes :

```
> u:=1;v:=1;
> for k from 2 to 5 do
> w:=u+v:u:=v:v:=w:print(v);od:
```

Sous forme de procédure :

```
> fib:=proc(a,b,n)
> local u,v,w,k;
> u:=a:v:=b;
> for k from 2 to n do
> w:=u+v:u:=v:v:=w:od:
> print(`le`,n,`ième terme vaut :`,v);
> end;
> fib(1,1,5);
```

Sous forme récursive :

```
> fibo1:=proc(n)
> if n<=1 then 1
> else fibo1(n-1)+fibo1(n-2);
> fi;
> end;
> fibo2(26);time(fibo1(26));
```

On peut éviter certains appels récursifs en utilisant options remember :

```
> fibo2:=proc(n)
> options remember;
> if n<=1 then 1
> else fibo2(n-1)+fibo2(n-2);
> fi;
> end;
> fibo2(26);
> time(fibo2(26));
```

**exemple 6** : procédures imbriquées

```
> lst:=[8,8,2,16]:# une liste
> map(x->x/8,lst);# application de la fonction à tous les termes de la liste
```

Allons-y ...

```
> e1:=proc(x)
> local v;
> v:=x[1];
> map(y->y/v,x);
> end:
> e1(lst);
```

```
> e2:=proc(x)
> local v;
> v:=x[1];
> map(proc(y) global v;y/v; end,x);
> end:
> e2(lst);
```

**exemple 7** : exponentiation rapide

```
> with(linalg):
```

Cas scalaire :

```
> essai:=proc(x,n)
> local p,y;
>
> if n=0 then 1
> else
> p:=n mod 2;
> y:=x*x;
> if p=0 then essai(y,n/2)
> else x*essai(y,(n-1)/2)
> fi;
> fi;
> end:
> time(essai(153,9231)):
> essai2:=proc(x,n)
> local k,u:
> u:=1:
> for k from 1 to n do u:=x*u od;
> end;
> time(essai2(153,9231));
```

Cas matriciel :

```
> essai:=proc(x,n)
> local p,y;
> if n=0 then matrix(2,2,[1,0,0,1])
> else
> p:=n mod 2;
> y:=evalm(x^2);
> if p=0 then essai(y,n/2)
> else evalm(x&*essai(y,(n-1)/2))
> fi;
> fi;
> end:
> time(essai(matrix(2,2,[1,1,1,0]),15));
> u:=matrix(2,2,[1,1,1,0]);for k from 1 to 14 do u:=evalm(matrix(2,2,[1,1,1,0])&*u)
od;
>
>
```

**Terminons par l'équation de la chaleur.**

Ecrivons l'équation :

```
> equa:=diff(u(x,t),t)=diff(u(x,t),x$2);
```

$$equa := \frac{\partial}{\partial t} u(x,t) = \frac{\partial}{\partial \texttt{`\$`}_{(x,2)}} u(x,t)$$

Séparons les variables :

```
> u:=(x,t)->Phi(x)*T(t);
```

$$u := (x,t) \mapsto \Phi(x)\,T(t)$$

```
> equa;
```

$$\Phi(x)\,\frac{d}{dt}T(t) = \left(\frac{d}{d\,`\$`(x,2)}\Phi(x)\right)T(t)$$

d'où :

```
> equa:=equa/(Phi(x)*T(t));
```

$$equa := \frac{\frac{d}{dt}T(t)}{T(t)} = \frac{\frac{d}{d\,`\$`(x,2)}\Phi(x)}{\Phi(x)}$$

Les deux rapports ne peuvent être que égaux à une même constante dont on va déterminer par la suite le signe ( ce qui est fondamental !) :

```
> equa1:=lhs(equa)=K;equa2:=rhs(equa)=K;
```

$$equa1 := \frac{\frac{d}{dt}T(t)}{T(t)} = K$$

$$equa2 := \frac{\frac{d}{d\,`\$`(x,2)}\Phi(x)}{\Phi(x)} = K$$

On résout ;

```
> dsolve(equa2,Phi(x));
```

$$\Phi(x) = \_C1\,e^{sqrt(K)x} + \_C2\,e^{-sqrt(K)x}$$

```
> Phi:=unapply(subs(_C1=a,_C2=b,rhs(%)),x);
```

$$\Phi := x \mapsto ae^{\sqrt{K}x} + be^{-\sqrt{K}x}$$

```
> dsolve(equa1,T(t));
```

$$T(t) = \_C1\,e^{Kt}$$

```
> T:=unapply(subs(_C1=c,rhs(%)),t);
```

$$T := t \mapsto ce^{Kt}$$

```
> u(x,t);
```

$$\left(ae^{sqrt(K)x} + be^{-sqrt(K)x}\right)ce^{Kt}$$

Danger : à priori K peut être négatif, donc racine de K est complexe !

Utilisons les conditions aux bords :

```
> Phi(0)=0;
```

$$a + b = 0$$

```
> b:=-a;
```

$$b := -a$$

```
> Phi(pi)=0;
```

$$ae^{sqrt(K)\pi} - ae^{-sqrt(K)\pi} = 0$$

```
> expr:=simplify(lhs(%)/a);
```

$$expr := e^{sqrt(K)\pi} - e^{-sqrt(K)\pi}$$

Si K>0, K=e**2 ;

```
> assume(e>0);expr1:=simplify(subs(K=e**2,expr));
```

$$expr1 := e^{e\pi} - e^{-e\pi}$$

```
> solve(expr1=0,e);
```

$$0$$

Il n'y a pas de solution e strictement positive!!! Ainsi K=-k**2;

```
> K:=-k**2;
```

$$K := -k^2$$

```
> simplify(expr,symbolic);
```

$$2\,i\sin(k\pi)$$

Ainsi k est entier .

```
> equa4:=diff(y(x),x$2)=-k**2*y(x);
```

$$\mathit{equa4} := \frac{d}{d\text{`\$`}(x,2)}y(x) = -k^2y(x)$$

```
> dsolve(%,y(x));
```

$$y(x) = \_C1\ \cos(kx) + \_C2\ \sin(kx)$$

```
> Phi:=unapply(subs(_C1=0,_C2=1,rhs(%)),x);
```

$$\Phi := x \mapsto \sin(kx)$$

```
> u(x,t);
```

$$\sin(kx)\,ce^{-k^2t}$$

Au final, pour tout entier k non nul , on a la "solution" :

```
> u:=unapply(subs(c=A(k),u(x,t)),k,x,t);
```

$$u := (k,x,t) \mapsto \sin(kx)\,A(k)\,e^{-k^2t}$$

On superpose ces fonctions ( ceci n'est pas farfelu car l'équation est linéaire) :

```
> v:=(x,t)->sum(u(k,x,t),k=0..infinity);
```

$$v := (x,t) \mapsto \sum_{k=0}^{\infty} u(k,x,t)$$

On écrit la consdition initiale :

```
> v(x,0)=1;
```

$$\sum_{k=0}^{\infty} \sin(kx)\,A(k) = 1$$

Les A(k) sont les coefficients de Fourier de la fonction 2-pi périodique impaire qui vaut 1 sur (0,pi) :

```
> A:=unapply(2/pi*int(sin(k*x),x=0..Pi),k);
```

$$A := k \mapsto -2\,\frac{\cos(\pi\,k)-1}{\pi\,k}$$

```
> A(4);A(5);assume(p,integer);A(2*p+1);
```

$$0$$

$$4/5\,\pi^{-1}$$

$$4\,\frac{1}{\pi\,(2\,p+1)}$$

**v :=(x,t)->sum(A(2*p+1)*sin((2*p+1)*x)*exp(-(2*p+1)**2*t),p=0..infinity) ;**

$$v := (x,t) \mapsto \sum_{p=0}^{\infty} A(2\,p+1)\sin((2\,p+1)\,x)\,e^{-(2\,p+1)^2t}$$

```
> sp:=(n,x,t)->sum(A(2*p+1)*sin((2*p+1)*x)*exp(-(2*p+1)**2*t),p=0..n);
```

$$sp := (n,x,t) \mapsto \sum_{p=0}^{n} A(2\,p+1)\sin((2\,p+1)\,x)\,e^{-(2\,p+1)^2t}$$

```
> v(x,0);
```

$$\sum_{p=0}^{\infty} 4\,\frac{\sin((2\,p+1)x)}{\pi\,(2\,p+1)}$$

# 4 Ouvrages sur Maple à la BU

Les ouvrages ci-dessous sont disponibles à la bibliothéque universitaire (recherche sur **http ://scd.u-bourgogne.fr**/.

## Références


[1] Stephen Lynch, Dynamical Systems with Applications using MAPLE, Birkhäuser, Boston Incorporated, 2010.

[2] Carlos Lizarraga-Celaya ; Inna Shingareva, Solving Nonlinear Partial Differential Equations with Maple and Mathematica, Springer, 2011.

[3] Puech, Nicolas. Auteur Maple [Texte imprimé] : règles et fonctions essentielles / Nicolas Puech (2009)

[4] Nicaise, Florent. Auteur L'oral de mathématiques aux CCP et aux écoles militaires [Texte imprimé] : MP-PSI-PC : 300 exercices d'oraux avec indications et corrections détaillées, 65 exercices d'oraux aux écoles militaires, 11 planches MAPLE avec correction / Florent Nicaise,... Mathieu Fructus,... Pierre-Yves Jamet,... (2009)

[5] Balac, Stéphane. Auteur Analyse et algèbre : cours de mathématiques de deuxième année avec exercices corrigés et illustrations avec Maple / Stéphane Balac, Laurent Chupin (2008)

[6] Porcheron, Lionel. Auteur Maple [Texte imprimé] : cours et applications : 1re et 2e années toutes filières / Lionel Porcheron,... ; préfacé par Jean-Michel Ferrard,... (2006)

[7] Moller, Karl Dieter. Auteur Cours d'optique [Multimédia multisupport] : simulations et exercices résolus avec Maple, Matlab, Mathematica, Mathcad / Karl D. Moller et Claude Belorgeot (2006)

[8] Goergen, Alain Dynamique économique [Texte imprimé] : solutions de problèmes avec Maple et Matlab / Alain Goergen (2006)

[9] Porcheron, Lionel. Auteur Maple [Texte imprimé] : cours et applications : 1re et 2e années toutes filières / Lionel Porcheron,... ; préf. par Jean-Michel Ferrard,... (2004)

[10] Marcy, François. Auteur Introduction au savoir de l'ingénieur [Texte imprimé] : calcul vectoriel, cinématique, statique, cinétique, dynamique : cours et 200 exercices corrigés : compléments Maple : classes préparatoires scientifiques / François Marcy, ... (2002)

[11] Scheidt, Charles Maple en physique : 1e année PCSI, MPSI, PTSI : exercices corrigés / Charles Scheidt, Pascal Doré (2001)

[12] Kreyszig, Erwin. Auteur Maple computer guide [Texte imprimé] : a self-contained introduction for Erwin Kreyszig, Advanced engineering mathematics, eighth ed. / E. Kreyszig, E.J. Norminton (2001)

[13] Guénard, François. Auteur La méthode expérimentale en mathématiques [Texte imprimé] : exercices corrigés posés à l'oral des concours d'entrée aux grandes écoles d'ingénieurs : partie expérimentale réalisée en Mathematica, Maple et TI92-89 / François Guénard, Henri Lemberg (2001)

[14] Perrin-Riou, Bernadette. Auteur Algèbre, arithmétique et Maple / Bernadette Perrin-Riou (2000)

[15] Jeanneau, Xavier Exercices de mathématiques résolus à l'aide de Maple et Mathematica : prépas scientifiques / Xavier Jeanneau,... Daniel Lignon,... Jean-Louis Poss,... (1999)

[16] Porcheron, Lionel Maple : cours et applications : 1re et 2e années toutes filières / Lionel Porcheron,... ; préf. par Jean-Michel Ferrard,... (1999)

[17] Jussiaux, Jean-Michel Problèmes pour physiciens résolus avec Mathematica et Maple / Jean-Michel Jussiaux,... (1999)

[18] Heal, K. M. Découvrir Maple V / K. M. Heal, M. L. Hansen, K. M. Rickard ; avec la collab. de J. S. Devitt... ; [trad. par Nicolas Puech] (1999)

[19] Le Bris, Guy. Auteur Maple Sugar [texte imprimé] : une initiation progressive à Maple / Guy Le Bris (1999)

[20] Lescure, Nicolas Chimie avec Maple : 70 exercices et problémes corrigés, rappels de cours : 1re année PCSI / Nicolas Lescure,... Bruno Mombelli,... (1999)

[21] Rotaru, Paul. Auteur Mathématiques avec Maple / Paul Rotaru (1999)

[22] Levine, Albert Introduction à Maple / Albert Lévine,... (1998)

[23] Lescure, Nicolas électronique : avec Maple et Pspice : 66 exercices et problèmes corrigés, rappels de cours / Nicolas Lescure,... Bruno Mombelli,... (1998)

[24] Rambach, Philippe Maple V en classes prépas / Philippe Rambach,... (1998)

[25] Durand, Robert (1940-....) Problémes de mathématiques résolus avec Maple et Mathematica / Robert Durand,... (1998)

[26] Ferrard, Jean-Michel Maths et Maple / Jean-Michel Ferrard,... (1998)

[27] Lescure, Nicolas. Auteur électrocinétique : avec Maple et PSpice : [1re et 2e années MP, PC] : 68 exercices et problèmes corrigés, rappels de cours / Nicolas Lescure,... Bruno Mombelli,... (1998)

[28] Merceille, Jean-Bernard Exercices de Maple : calculs, traces, programmation : Sup et Spé... / Jean-Bernard Merceille,... Alain-F. Nizard,... Marc Peronnet,... (1997)

[29] Dumas, Philippe. mathématicien (19..-). Auteur Maple : son bon usage en mathématiques / Philippe Dumas, Xavier Gourdon (1997) absysNET Opac Université de Bourgogne http ://scd.u-bourgogne.fr/ABNOPAC/abnetclop.exe/O7056/ID13c9178... 2 sur 4 12/12/2009 12 :59

[30] Gander, Walter Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab / Walter Gander, Jir. Hrebcek... (1997)

[31] Rybowicz, Marc Maple V, release 4 [Texte imprimé] : un système de calcul formel PC-Windows, UNIX, X-Window / Marc Rybowicz, Jean-Pierre Massias ; préface de George Labahn (1997)

[32] Leicknam, Jean-Claude 15 leçons de Maple / Jean-Claude Leicknam,... ; préf. de Geneviève Bidaud,... ; ouvrage publ. sous la dir. de Michel Quaggetto et François- Xavier Testard-Vaillant (1997)

[33] Donato, Paul Maple : 15 thèmes mathématiques / Paul Donato (1997)

[34] Cornil, Jack-Michel Maple V release 4 [Texte imprimé] : introduction raisonnée à l'usage de l'étudiant, de l'ingénieur et du chercheur / Jack Michel Cornil, Philippe Testud (1997)

[35] Programmer avec Maple V / M. B. Monagan, Keith O. Geddes, K. M. Heal, ...[et al.] (1997)

[36] Levine, Albert. Auteur Aide-mémoire Maple [Texte imprimé] / Albert Lévine,... (1997) 35 Rotaru, Paul Mathématiques avec Maple / Paul Rotaru (1997)

[37] Krob, Daniel Introduction au calcul symbolique et aux mathématiques expérimentales. Tome 1, Le système Maple / Daniel Krob et Stéphane Legros (1996)

[38] Heck, Andrï¿$\frac{1}{2}$ (19..-). mathématicien Introduction to Maple / André Heck (1996)

[39] Levine, Albert Exercices pour Maple / Albert Levine,... (1995)

[40] Cornil, Jack-Michel. Auteur Maple [Texte imprimé] : introduction raisonnée à l'usage de l'étudiant, de l'ingénieur et du chercheur / Jack-Michel Cornil, Philippe Testud (1995)

[41] Gomez, Claude Calcul formel : mode d'emploi : exemples en Maple / Claude Gomez,... Bruno Salvy,... Paul Zimmermann,... (1995)

[42] Leroux, Alain (1949-....) Toutes les applications de Maple : en physique, en chimie en mathématiques / Alain Leroux,... Roland Pomès,... (1995)

[43] Douillet, Pierre (1951-....) Maths avec Maple. Tome 1, Présentation générale : utilisant les exercices 1990-1995 du concours général / Pierre Douillet,... (1995)

[44] Gander, Walter. Auteur Solving Problems in Scientific Computing using Maple and MATLAB [Texte imprimé] / Walter Gander , Jiri Hrebicek (1995)

[45] Levine, Albert Introduction à Maple / Albert Levine,... (1994) absysNET Opac Université de Bourgogne http ://scd.u-bourgogne.fr/ABNOPAC/abnetclop.exe/O7056/ID13c9178... 3 sur 4 12/12/2009 12 :59

[46] Fortin, Philippe Premiers pas en Maple : introduction à l'utilisation du calcul formel en mathématiques, physique et chimie : classes préparatoires scientifiques, premiers cycles universitaires / Philippe Fortin,... Roland Pomès,... (1994)

[47] REDFERN D The Maple handbook : Maple V release 3 (1994)

[48] BARBOUR D éd. The maple laugh forever (1981)

[49] Cook, Ramsay (1931-). Auteur The Maple leaf forever [texte imprimé] : essays on nationalism and politics in Canada / Ramsay Cook (1977)

[50] Lawrence, R.D. Maple Syrup (1972)

# TP Projets L3 de Mathématiques, année 2015-2016 (version du 21/02/2016 14:18)

Vous trouverez ci-dessous une liste de sujets. Je vous demande dès à présent de regarder cette liste et voir quel(s) sujet(s) vous pourriez choisir. Je vous rappelle par ailleurs que le travail se fait par binômes.

| **Thème** | **Intitulé** | **Logiciel** | **Attendu obligatoire** | **Début bibliographie**[1] | **Compléments** |
|---|---|---|---|---|---|
| Analyse numérique | Etudes d'erreurs d'interpolations | Scilab | Interpolation linéaire, phénomènes classiques : utilisation des polynômes de Tchebychev, phénomène de Runge. Lien avec la notion d'approximation. | *Demailly, équations différentielles et analyse numériques* *Hairer, polycopié de l'Université de Genève* | La notion de fonction Spline peut être abordée. |
| Modélisation & équations différentielles | Dynamique de population | Maple, Scilab | Différents exemples, dimension 1 et 2, champs de vecteurs, portraits de phase. Théorème de Cauchy-Lipschitz | *Hubbard-West, équations différentielles et systèmes dynamiques, Cassini, 1999* *Demailly, équations différentielles et analyse numériques.* | On pourra s'intéresser à une population proche de son environnement quotidien. |
| Probabilités et statistiques | Théorème de Bernoulli (loi faible des grands nombres) | Scilab, GeoGebra | Preuve dans la cas d'une urne de Bernoulli. Description précise des théorèmes : loi des grands nombres et théorème limite centrale. | -approche historique : articles numérisés | Méthode de Monte-Carlo |
| Analyse-Algèbre | Equations de Pell-Fermat | Maple | Il s'agit de montrer comment les fractions continues interviennent dans la résolution. | Hardy et Littelwood, An introduction to the theory of numbers. | On pourra traiter l'exemple historique du troupeau des boeufs du Soleil |
| Analyse | Fractions continues | Maple, Scilab | Il s'agit de donner les propriétés essentielles et | Hardy et Littelwood, An introduction to the theory | |

[1] Les ouvrages indiqués se trouvent à la bibliothèque et les documents type polycopié sont disponibles sur internet.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | de nombreux exemples de calculs de ces objets.<br>On donnera des applications de cette théorie. | of numbers<br>P. Henrici, Applied and computational complex analysis | |
| Analyse-Algèbre | Méthode de Sturm pour la résolution d'équation algébrique | Maple, Scilab | Approche historique de la méthode. On donnera de nombreux exemples. | H. Sinceur, Corps et modèles.<br>B. Demidovitch, I. Maron, Eléments de calcul numérique, Editions Mir, 1979 | Travail sur des documents numérisés. |
| Analyse & Probabilités | Fractions continues et probabilités | Maple, Scilab | Après avoir rapidement exposé les premières propriétés des fractions continues, il s'agit de voir comment elles peuvent générer de l'aléatoire. | | Analyse dans un premier temps de travaux de Emile Borel. |
| Analyse & Probabilités | Nombres normaux | | | Travaux de Borel | |
| Analyse & Géométrie | Construction d'une fonction continue nulle part dérivable, courbe de Peano, phénomènes liées à la non convergence uniforme. | Maple, Scilab | Il s'agit de mettre en évidence sur des exemples ce qu'entrainent des défauts de convergence uniforme ou d'autres phénomènes (par exemple, l' « escalier » de Cantor) | .B. Hauchecorne, Exemples et conte-exemples en mathématiques | On pourra consulter des ouvrages proposant des contre-exemples en mathématiques |
| Analyse | Accélération de la convergence et Applications (Aitken-Steffensen, Romberg) | Maple, Scilab | Il s'agit ici d'étudier des transformations de suites convergentes en suites de même limite mais convergeant de *manière plus rapide,* expression à laquelle il faudra donner un sens. | P. Henrici, Applied and computational complex analysis<br><br>C. Brezinski, Algorithmique. | |
| Analyse numérique-Algèbre linéaire | Autour des valeurs propres d'une matrice complexe carrée A : méthode de la puissance, | Maple, Scilab | Il n'est pas question ici de la recherche de toutes les valeurs propres d'une matrice par des méthodes | P.G Ciarlet, Introduction à l'analyse numérique matricielle et à | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | localisation, perturbation. | | du type QR. Il s'agit sur de nombreux exemples de mettre en évidence certains phénomènes. | l'optimisation**.** G.H. Golub, C.F. Van Loan, Matrix computations, The Johns Hopkins University Press, 1989. | |
| Analyse | Développements asymptotiques | Maple-Scilab | Il s'agit, en proposant différents exemples et applications, de montrer l'importance de cette notion. | | |
| Analyse numérique-Algèbre | Polynômes orthogonaux classiques | Maple-Scilab | Il s'agit de définir, calculer et donner des applications des polynômes orthogonaux classiques. On évitera les longs développements théoriques. Exemples et applications seront privilégiés. | | Résolutions de certaines équations différentielles. Méthode d'intégration de Gauss. |
| Analyse numérique | Méthode de Newton en dimension 1 et 2 dans le cas réel. | Maple, Scilab | Il s'agit d'étudier la méthode de Newton appliquée à la recherche de zéros de fonctions R dans R ou de RxR dans RxR. On s'intéressera particulièrement aux polynômes de degré inférieur ou égal à 4. | R.A. Holmgren, A first course in discrete dynamical systems, Springer, 1996. B. Demidovitch, I. Maron, Eléments de calcul numérique, Editions Mir, 1979 | |
| Analyse & Géométrie | Paramétrisation de courbes. Applications. | Maple, Scilab, GeoGebra. | Il ne s'agit pas de faire un cours sur les arcs paramétrés, mais de montrer dans différentes situations que la notion de paramétrisation d'une courbe peut permettre la résolution de certains problèmes. | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Algèbre | Théorie de Galois | Maple, Scilab, GeoGebra | | | L'approche historique est évidemment ici très importante. |
| Analyse | Approximation au sens de Padé | Maple, Scilab | Il s'agit  définir avec précision ces objets –ce sont des fractions rationnelles-, et de mettre en lumière les mécanismes pour les calculer. | | On donnera des applications de cette notion. |
| Algèbre-Géométrie | Nombres algébriques, nombres transcendants. | Maple, GeoGebra | | | |
| Analyse Numérique | Méthodes itératives de résolution de systèmes linéaires | Maple, Scilab | On étudiera les méthodes classiques. Certaines méthodes font intervenir des paramètres, on s'interrogera sur  leur choix. On donnera de nombreux exemples de calculs. | P.-G. Ciarlet, Introduction à l'Analyse numérique matricielle<br>Golub-Van Loan, Matrix Computation | On pourra regarder les commandes proposées par Scilab. |
| Graphes | Théorie des graphes | Maple, Scilab, autres | Domaine très vaste, il faudra limiter son étude. On pourra donner de nombreuses applications de cette théorie. | | |
| Analyse numérique | Résolutions approchées d'équations différentielles | Maple-Scilab | Méthodes de Runge-Kutta | *Demailly, équations différentielles et analyse numériques.*<br>*Quateroni-Saleri, Calcul scientifique* | On donnera des nombreux exemples d'utilisation des méthodes. |
| Analyse numérique & Probabilités | Calculs approchés d'intégrales | Maple-Scilab | Méthodes de Newton-Cotes, méthodes de type Gauss.<br>Erreurs : noyau de Peano.<br>Méthode de Monte-Carlo | *Demailly, équations différentielles et analyse numériques.*<br>*Quateroni-Saleri, Calcul scientifique* | On donnera des nombreux exemples d'utilisation des méthodes. |
| Analyse numérique & Algèbre linéaire | Autour de l'exponentielle de matrice (systèmes d'équations différentielles linéaires, exponentielle | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | d'une somme, groupe linéaire) | | | | |
| Analyse | Approximations de constantes remarquables ( aspect historique, Pi, constante d'Euler ...) | Maple, Scilab | | | Aspect historique à développer. |
| Algèbre linéaire | Réduction d'endomorphismes | Maple, Scilab | Différentes techniques | | |
| Analyse & Arithmétique | Autour des nombres premiers | | | | |
| Algèbre-Géométrie | Constructions à la règle et au compas | Maple, GeoGebra | On proposera différentes constructions et on caractérisera les nombres constructibles à la règle et au compas. | J.-C. Carrega, Construction à la règle et au compas. | Nombres algébriques, nombres transcendants. |
| Analyse & Géométrie | Aspects mathématiques de la Relativité (restreinte) | Maple, Geogebra | | Bais S., Very Special Relativity | |
| Analyse | Séries de Fourier | Maple-Scilab | Les théorèmes classiques. Sommation au sens de Césaro-Fejer. | | Application à l'équation de la chaleur et à l'équation des ondes. |
| Analyse, Géométrie, Algèbre | Travail en Histoire des Mathématiques autour d'un thème du type Trigonométrie, Logarithmes, etc… | | | | |
| Algèbre | Résolutions d'équations algébriques. | Maple, Scilab, GeoGebra | Pour les degrés 2,3 et 4, on étudiera tant des méthodes algébriques que géométriques. On abordera le cas du degré 5. | | L'approche historique est évidemment ici très importante. |
| Analyse & Géométrie | Problème de minimum (ou de maximum) | Maple, Scilab | Extremum libre, lié. Multiplicateurs de Lagrange | | Approche historique Calcul différentiel, Calcul des variations. |
| Analyse Numérique | Algorithme QD de Rutishauer | Maple, Scilab | Disque de convergence, Fonctions méromorphes, | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | fractions rationnelles, calcul de zéros d'un polynôme | | |

Hervé Le Ferrand

# Deux exemples de sujets

L3 projets

Université de Bourgogne

February 28, 2010

1. Exemple 1

2. Exemple 2

3. Encore des sujets !

# Méthode de Newton

Concernant la méthode de Newton, on peut commencer par l'aspect historique et évoquer des méthodes du type regula falsi. On peut tout d'abord travailler en dimension 1 sur $\mathbb{R}$, parler de la fonction itérée de Newton,

$$F(x) = 0 \quad ; \quad x = x - (F'(x))^{-1} F(x),$$

regarder le comportement local lorsqu'on travaille avec des polynômes. On étudiera la méthodes de Newton pour les polynômes du second degré (notion de conjugaison, variété stable ...). On pourra regarder sur des exemples ce qui se passe pour des polynômes du troisième degré.

# Exemple 1 (suite)

En dimension supérieure, on abordera le théorème de Newton-Kantorovitch. On examinera aussi le gain de convergence obtenu par cette méthode somme toute assez universelle. Au niveau des applications, on trouvera des exemples où l'utilisation de la méthode est pertinente (par exemple des problèmes aux limites).

# Exemple 2

Concernant l'exponentielle de matrices,

$$\exp A = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{A^k}{k!},$$

on commencera par les résultats généraux sur la fonction exponentielle (éventuellement la placer dans le contexte des groupes classiques). On s'attardera sur le problème du calcul d'une exponentielle (pourquoi est-ce d'ailleurs si important ?). On verra ce problème d'une façon classique algébrique et d'un point de vue numérique. On fera le lien avec les systèmes d'équations linéaires. Le difficile problème du calcul de l'exponentielle d'une somme sera abordé.

# Et encore !

- Les graphes
- Marches aléatoires sur les graphes
- Des EDP.

# Un exemple pour introduire Latex

L3 projets

Université de Bourgogne

February 12, 2010

# Vue globale

```
\documentclass[10pt]{article}
\title{Savoir calculer avec des matrices}
\author{L3 Projets}
\date{\today}

\begin{document}
\maketitle
\tableofcontents
\newpage
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
\section{Scilab}
\end{document}
```

diap1

# Le préambule

Le préambule se trouve avant

```
\begin{document}
```

On y place, avant le titre, quelques paramètres :

```
\tolerance=3500 \pretolerance=3500
%\def\thepage{}
\pagestyle{plain}
%\pagestyle{myheadings}

\topmargin 0.cm
\headsep 5.mm
\textheight 22cm
\textwidth 17cm
\oddsidemargin -0.2cm
\evensidemargin -0.2cm
```

# Le préambule

Dans le préambule, toujours avant le titre, pour les ensembles de nombres :

```
\def\rit{\hbox{\it I\hskip -2pt R}}
\def\nit{\hbox{\it I\hskip -2pt N}}
\def\cit{\hbox{\it l\hskip -5.5pt C\/}}
\def\zit{\hbox{\it Z\hskip -4pt Z}}
\def\qit{\hbox{\it l\hskip -5.5pt Q}}
```

Idem pour définir un nouvel environnement :

```
\newtheorem{prop}{Proposition}[section]
\newtheorem{thm}[prop]{Th\'eor\`eme}
\newtheorem{lem}[prop]{Lemme}
```

diap2

# Le document

On utilise les différentes commandes suivantes :

```
\section{Matrice, produit de deux matrices, }

\subsection{Somme et multiplication par un scalaire}
On se place que l'ensemble $K^{n\times p}$ des matrices
\`a $n$ lignes, $p$ colonnes, \`a coefficients dans $K$.

\subsection{D\'efinition du produit}
```

diap3

# Enumérations

On veut numéroter :

```
\begin{enumerate}
\item Posons $z=y'$.
$$
\left\lbrace
\begin{array}{rcl}
y'&=&z\\
z'&=&-by-az
\end{array}\right.
$$
\item Introduisons la matrice $A$.
\end{enumerate}
```

diap4

# Enumérations

On peut imbriquer les énumérations :

```
\begin{enumerate}
\item On a aussi :
\begin{enumerate}
\item $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.
\item $\displaystyle{\frac{4}{8}=\frac{1}{2}}$.
\end{enumerate}
\item On peut alors conclure.
\end{enumerate}
```

diap5

# Listes simples

On liste simplement

```
\begin{itemize}
\item savoir faire des calculs avec les matrices.
\item si une matrice $2\times 2$ est inversible.
\item r\'esoudre par la m\'ethode d'\'elimination.
\item trouver le terme g\'en\'eral.
\end{itemize}
```

diap6

# Biliographie simple

On répertorie tous les ouvrages auxquels on veut faire référence. On donne à chacun un repère qui nous permettra ensuite de le citer dans le corps du texte.

```
Le livre de Hairer et Wanner (\cite{(HW)}).
\begin{thebibliography}{1}
\bibitem{(site1)} http://www-mathdoc.ujf-grenoble.fr/
\bibitem{(HW)} E. Hairer, G. Wanner, Analysis
by its history, Springer, 1997
\end{thebibliography}
```

On compile alors plusieurs fois. diap7

# Pause

1. On aura compris que sous Latex, tout a un début et une fin. Pour éviter des mésaventures à la complilation, on prendra l'habitude de mettre dès un début annoncé, la fin correspondante.

# Pause

1. On aura compris que sous Latex, tout a un début et une fin. Pour éviter des mésaventures à la complilation, on prendra l'habitude de mettre dès un début annoncé, la fin correspondante.
2. Pensez toujours à produire un document Latex clair, autant pour vous que pour une personne qui pourrait utiliser votre fichier.

# Pause

1. On aura compris que sous Latex, tout a un début et une fin. Pour éviter des mésaventures à la complilation, on prendra l'habitude de mettre dès un début annoncé, la fin correspondante.
2. Pensez toujours à produire un document Latex clair, autant pour vous que pour une personne qui pourrait utiliser votre fichier.
3. Latex gére les espaces et les passages à la ligne. Il faut l'aider parfois, notamment en mode mathématique.

# Pause

1. On aura compris que sous Latex, tout a un début et une fin. Pour éviter des mésaventures à la complilation, on prendra l'habitude de mettre dès un début annoncé, la fin correspondante.
2. Pensez toujours à produire un document Latex clair, autant pour vous que pour une personne qui pourrait utiliser votre fichier.
3. Latex gére les espaces et les passages à la ligne. Il faut l'aider parfois, notamment en mode mathématique.
4. En avant pour les mathématiques !

# Conseils

- Latex est un outil extraordinaire pour écrire des mathématiques. Il vous sera utile dans la suite de vos études et dans votre carrière professionnelle.

# Conseils

- Latex est un outil extraordinaire pour écrire des mathématiques. Il vous sera utile dans la suite de vos études et dans votre carrière professionnelle.
- Il n'est pas question ici de regarder toutes les possibilités de Latex. Vous trouverez une documentation nombreuse tant sur le Web qu'à la BU.

# Conseils

- Latex est un outil extraordinaire pour écrire des mathématiques. Il vous sera utile dans la suite de vos études et dans votre carrière professionnelle.
- Il n'est pas question ici de regarder toutes les possibilités de Latex. Vous trouverez une documentation nombreuse tant sur le Web qu'à la BU.
- Nous vous conseillons cependant le site : http://www.tuteurs.ens.fr/logiciels/latex/

# Les dollars

1. En règle générale, toute entrée mathématique débute et finie par des dollars ou des doubles dollars :

```
On reste sur la m\^eme ligne $4+4=8$.
On passe \`a la ligne et on centre :
$$
4+4=8.
$$
```

# Les dollars

1. En règle générale, toute entrée mathématique débute et finie par des dollars ou des doubles dollars :

```
On reste sur la m\^eme ligne $4+4=8$.
On passe \`a la ligne et on centre :
$$
4+4=8.
$$
```

2. On peut aussi utiliser, si on veut numéroter des équations :

```
Elle est belle l'\'equation (\ref{equa1}) :
\begin{equation}
\label{equa1}
y''+\sin y=0
\end{equation}
```

diap8

# Les matrices

Un exemple simple :

```
$
C=\left(
\begin{array}{rr}
1&1\\
1&-2
\end{array}\right)
$
```

diap9

# Les matrices

Plus difficile :

```
On a en fait:
$$
\gamma_{ij}=\left( \alpha_{i1},\ldots,\alpha_{in}\right)
\left(
\begin{array}{c}
\beta_{1j}\\
\vdots\\
\beta_{nj}
\end{array}\right).
$$
```

diap9

# Les matrices

Encore plus difficile :

```
$$
W = xy^{T} =
\left(\begin{array}{cccc}
x_{1}y_{1} & x_{1}y_{2} &\cdots &x_{1}y_{n} \\
x_{2}y_{1} & x_{2}y_{2} &\cdots & x_{2}y_{n} \\
\vdots &\vdots &  &\vdots \\
x_{n}y_{1} & x_{n}y_{2} &\cdots & x_{n}y_{n}
\end{array}\right)
$$
```

diap9

# Séries

```
$$
\frac{a_{0}}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}a_{k}\cos kx
+b_{k}\sin kx.
$$
\begin{enumerate}
\item[a)] Si cette s\'erie converge en un point $x$,
\item[b)] Que se passe-t-il si
$\sum_{k=1}^{\infty}(\vert a_{k}\vert+\vert b_{k}\vert)
<\infty$ ?
\item[c)] Si on suppose
$\sum_{k=1}^{\infty}k(\vert a_{k}\vert+\vert b_{k}\vert)
<\infty $,
\end{enumerate}
```

# Intégrales

1. ```
   Soit $f$ de classe $C^{1}$ sur
   $\left\lbrack 0,1\right\rbrack$,
   montrer que
   $\lim_{n\to +\infty}\int_{0}^{1}f(t)\sin (nt)dt=0$.
   ```

   diap10
   ```

# Intégrales

1. ```
   Soit $f$ de classe $C^{1}$ sur
   $\left\lbrack 0,1\right\rbrack$,
   montrer que
   $\lim_{n\to +\infty}\int_{0}^{1}f(t)\sin (nt)dt=0$.
   ```
   diap10

2. ```
   On consid\‘ere la fonction
   $$
   f:x\mapsto
   \int_{0}^{+\infty}\frac{\sin t}{t}e^{-tx}dt.
   $$
   ```
   diap10

# Quelques ouvrages et sites

Hervé Le Ferrand

28 janvier 2017

## Table des matières

# 1 Sites

- Bibnum Education : https ://www.bibnum.education.fr/
- MacTutor History of Mathematics archive : http ://www-history.mcs.st-and.ac.uk/
- Bibliothèques Université de Bourgogne : http ://scd.u-bourgogne.fr/EXPLOITATION/
- Recherche et téléchargement d'archives de revues mathématiques : http ://www.numdam.org/
- Images des Mathématiques : http ://images.math.cnrs.fr/
- Gallica (Bibliothèque Nationale de France) : http ://gallica.bnf.fr/
- Cuneiform Digital Library Initiative : http ://cdli.ucla.edu/
- Société Mathématique de France : http ://smf.emath.fr/

# 2 Livres

## Références


[1] Bais S., Une relativité bien particulière... précédé de Les équations fondamentales de la physique [Very Special Relativity], Trad. de l'anglais (Pays-Bas) par Robert Lutz Collection Folio essais (n. 564), Gallimard, Parution : 14-06-2012

[2] Brezinski C., History of continued fractions and Padé approximants, Springer-Verlag. Berlin 1991.

[3] Brezinski C., Méthodes numériques itératives : algèbre linéaire et non linéaire : niveau M1, Ellipses. Paris, 2006.

[4] Carrega J.-C., Théorie des corps : la règle et le compas, Hermann, Paris, 1989.

[5] J.L Chabert (ouvrage collectif), Histoire d'algorithmes, Belin, 1994 et 2010.

[6] P.G Ciarlet, Introduction é l'analyse numérique matricielle et é l'optimisation, Dunod, 1998.

[7] J.P. Demailly, Analyse Numérique et équations différentielles, Presses Universitaires de Grenoble, 1996.

[8] B. Demidovitch, I. Maron, Eléments de calcul numérique, Editions Mir, 1979

[9] G.H. Golub, C.F. Van Loan, Matrix computations, The Johns Hopkins University Press, 1989.

[10] E. Hairer, G. Wanner, L'Analyse au fil de l'histoire, Scopos, 2000.

[11] Hardy, Godfrey Harold (1877-1947), Wright, Edward Maitland (1906-2005), Introduction à la théorie des nombres, Vuibert. Paris, Springer Heidelberg, 2007 traduit de An introduction to the theory of numbers.

[12] Hauchecorne B., Les contre-exemples en mathématiques : 522 contre-exemples, Ellipses. Paris, 2007.

[13] P. Henrici, Applied and computational complex analysis, Volume 1 et 2, Wiley 1974, 1977.

[14] R.A. Holmgren, A first course in discrete dynamical systems, Springer, 1996.

[15] J. Hubbard, B. West, Equations différentielles et systémes dynamiques, Cassini,1999.

[16] Perrin D., Géométrie algébrique : une introduction, Inter éditions. Paris ; CNRS éd. 1995.

[17] K.H. Rosen, Elementary number theory and its applications, Addison-Wesley, 1993.

[18] Saporta G., Probabilités, analyse des données et statistique, Éd. Technip. Paris, 2011.

[19] D. Serre, Les Matrices, théorie et pratique, Dunod, 2001

[20] Stewart I., 17 équations qui ont changé le monde, (traduction) Robert Laffont 2014.

[21] Stewart I., The Great Mathematical Problems, Profil Books, 2013.