

Devoir 1 (exercices à rédiger) à rendre la semaine du 25/9-29/9/2017

exercice 1

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[1, 2]$, dérivable sur $[1, 2[$ et s'annulant en 1 et 2. Montrer que l'on peut mener par l'origine une *tangente* au graphe G de f .

exercice 2

Calculer le *développement limité* à l'ordre 4 en 0 de $x \mapsto \ln(1 + \cos(x))$.

exercice 3

Calculer les développements limités à l'ordre 5 au voisinage de 0 des fonctions :

$$x \mapsto \sin x \ln(1 + x) ; x \mapsto \frac{x^5 + 2x + 1}{x^2 + x + 1} ; x \mapsto \exp(\cos x).$$

exercice 4

Soit :

$$S_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

On considère un entier positif p .

1. Montrer que $S_{2^{p+1}} - S_{2^p} \leq \frac{1}{2^p}$.
2. En déduire que $S_{2^{p+1}} \leq 3$.
3. Conclure quant à la convergence (ou non) de la suite $(S_n)_{n \geq 1}$.