

Fonctions numériques (fiche 4)

Continuité

exercice 1 ♣

Expliquer pourquoi une équation algébrique (à coefficients réels) de degré impair a nécessairement une solution dans l'ensemble \mathbb{R} . Donner un exemple d'équation algébrique (à coefficients réels) de degré pair n'ayant pas de solution dans \mathbb{R} .

exercice 2 ♣

1. Montrer que l'équation $x^4 - 6x^2 - 53 = 22x - 2x^3$ admet une solution dans l'intervalle $]3, 4[$.
 2. Montrer que l'équation $x^5 + 8x = 2x^4 + 6x$ a des solutions dans les intervalles $]m, m + 1[$ et $]n, n + 1[$ pour des entiers que l'on déterminera.
- Réponse : 1 et 2.

Limites

exercice 3 ♣

Calculer les limites suivantes. On précisera bien les méthodes employées et les résultats de cours utilisés.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(x^2 + \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} + 2x \sin(\pi \sqrt{3x^2 + 1}) \right) \quad \text{Réponse : 2.} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{Réponse : 0.} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)} \quad \text{Réponse : 0.} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x^2} \quad \text{Réponse : 1.} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \sin(1/x)} \quad \text{Réponse : 1.} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad \text{Réponse : 3.} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin(\cos x)} \quad \text{Réponse : 1.} \quad (7)$$

1. Licence Sciences L1, MaIE1A

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \quad \text{Réponse : 1.} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} \quad \text{Réponse : 1.} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \quad \text{poser } u = \frac{1}{x} \quad \text{Réponse : 0.} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} \quad \text{Réponse : -1.} \quad (11)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \sqrt{1+x+x^2}}{x} \quad \text{Réponse : } \frac{1}{2}. \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} \quad \text{Réponse : 2.} \quad (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| + x^2}{x} \quad \text{Réponse : pas de limite.} \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} \quad \text{Réponse : } \ln 2. \quad (15)$$