

Fonctions numériques (fiche 2)**Valeurs absolues. Intervalles****exercice 1 ♣**

1. Résoudre l'équation $|x - 2| = 2$.
2. Résoudre l'inéquation $|x - 2| \leq 2$, puis l'inéquation $|x - 2| > 2$.
3. Résoudre l'inéquation $|2x - 4| \leq |x - 1|$.

exercice 2 ♣♣

On rappelle que si x et y sont deux réels, $|x + y| \leq |x| + |y|$.

1. Montrer que $||x| - |y|| \leq |x - y|$.
2. Vérifier que $\max(x, 0) = \frac{x + |x|}{2}$ et que plus généralement :

$$\max(x, y) = \frac{x + y + |x - y|}{2}.$$

Graphes**exercice 3 ♣**

Tracer le graphe de la fonction suivante définie sur $[-2, 2]$:

$$x \mapsto \begin{cases} 1 - x & \text{si } -2 \leq x \leq -1 \\ 2x + 4 & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ -1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

exercice 4 ♣

Les ensembles suivants sont-ils des graphes de fonctions? Si oui, donner l'expression de la fonction correspondante.

$$G_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = 2\}, \quad G_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = 2\},$$

$$G_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4\}, \quad G_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1 \text{ et } y \geq 0\}$$

$$G_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy = -1 \text{ et } x > 0\}.$$

exercice 5 ♣

Tracer le graphe de la fonction suivante :

$$x \mapsto \max(|x - 1|, |x - 3|).$$

1. Licence Sciences L1, MaIE1A

Domaine de définition

exercice 6 ♣

Donner l'ensemble de définition de la fonction :

$$x \mapsto \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 5x}.$$

exercice 7 ♣

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction :

$$x \mapsto 2\sqrt{4 - x^2} - 3.$$

exercice 8 ♣

Quel est l'ensemble de définition de la fonction :

$$x \mapsto \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} ?$$

exercice 9 ♣

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction :

$$x \mapsto \arcsin(x^2 - 1).$$

Image directe. Image réciproque.

exercice 10 ♣

Soit la fonction définie par $f(x) = x^2 + 1$.

1. Quelle est l'image de 0 par f ? de 1 ? de -2 ?
2. Donner le (ou les) antécédent(s) par f de 1, de 5, de 0.
3. Quelle est l'image directe du segment $[-\frac{1}{2}, 3]$ par f ?
4. Quelle est l'image réciproque par f du segment $[2, 10]$?

exercice 11 ♣

Décrire l'image directe de \mathbb{R} par la fonction exponentielle.

exercice 12 ♣

1. Quelle est l'image directe du segment $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}]$ par la fonction sin ?
2. Quels sont les antécédents de 1 par la fonction sin ?
3. Quelle est l'intersection de l'image réciproque (par la fonction sin) de $[\frac{1}{2}, 1]$ et de $[0, 2\pi]$?