

**Devoir surveillé du 19 Octobre 2017**

**exercice 1**

1. On rappelle que  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  ( $n$  entier non nul). Donner l'expression de :

$$\sum_{k=1}^n (6k - 1).$$

2. Déterminer deux constantes  $A$  et  $B$  telles que ( $n$  entier) :

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{10^k} = \frac{A}{9} - \frac{B}{10^n}.$$

**exercice 2**

1. Rappeler les formules  $\cos(x + y)$  et  $\sin(x + y)$ ,  $x$  et  $y$  étant deux réels. Etablir que

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}.$$

2. Si  $x \in ]-\pi, \pi[$ , exprimer  $\cos x$  à l'aide de  $\tan \frac{x}{2}$ .  
3. Pour  $-1 \leq x \leq 1$ , calculer  $\arccos x + \arcsin x$ .

**exercice 3**

1. Mettre sous la forme  $a + ib$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) les nombres :

$$\frac{3 - 4i}{3 + 6i} \quad ; \quad \frac{2 + 5i}{1 - i} + \frac{2 - 5i}{1 + i}.$$

2. Quelle est la forme algébrique du nombre complexe de module 4 et d'argument  $\pi/3$ ?  
3. Calculer  $(1 + i\sqrt{3})^9$ .  
4. Calculer le module et l'argument de  $u = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$  et de  $v = 1 - i$ . En déduire le module et l'argument de  $w = \frac{u}{v}$ .

**exercice 4**

1. Déterminer les racines carrées de  $8 + 6i$ .  
2. Résoudre l'équation  $z^2 - 2iz - 9 - 6i = 0$ .